

11. přednáška

Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855)

- narodil se v rodině správce vodárny v německu, ve třech letech už počítal
- v devíti sečetl čísla od jedné do sto - Gauss si uvědomil, že sečtením opačných prvků z řady čísel dostane vždy stejný výsledek: $1 + 100 = 101$, $2 + 99 = 101$, $3 + 98 = 101 \dots$, což dohromady dává $50 \times 101 = 5050$
- dostudoval na univerzitě v Göttingenu – 1795 – 1798
- 1799 – dizertační práce na jiné univerzitě
- základem dizertační práce – byla na dokázání základní věty algebry
- 1806 se vrátil do Göttingenu učit
- samotář
- kvadratická kongruence, zkoumání délky kruhu, astronomie – objev Ceresu – pomocí metody nejmenších čtverců dopočítal délku dráhy planety
- v té době se zabýval řadami a konvergencí nekonečných řad
- kolem roku 1820 se začal zabývat geodézií – pomocí triangulace – v terénu je vybudována síť pevných bodů, která tvoří trojúhelníkovou síť – důležité pro mapování. V této trojúhelníkové síti se měří úhly a pak se počítají vzdálenosti
- V dalších letech se hodně zabýval komplexními čísly – rozptýlil poslední nedůvěru a nejasnosti v komplexní čísla – začal je znázorňovat do roviny – proto gaussova rovina komplexních čísel.
- Ve třicátých letech se potom začal zabývat fyzikou a s fyzikem Weberem splnili elektromagnetický telegraf
- Na konci života se tím dál více zabýval aplikovanou matematikou
- Po jeho smrti se z jeho pozůstalosti zjistilo, že si některé velice důležité matematické objevy nechal pro sebe a nikdy je nepublikoval, např. Eliptické funkce, Neeuklidovská geometrie.
- O něčem takovém se zmínil pouze v korespondenci
- „To je Gauss, jakožto důležitá postava na začátku 19. stol“ L. Francová, přednáška

Francouzská matematika na přelomu 18/19.století

Byli převážně spjati s vysokými školami v Paříži – Ecole polytechnique a Ecole Normale (Ecole = vysoká škola). Zvláště na škole E. Polytechnique tvořila matematika převážnou část studijního plánu.

Adrien Marie Legendre

- Byl profesorem na E. Normale. V matematice měl zájmy podobné Gaussovy, nebyl ovšem tak úspěšný jako Gauss.
- Zabýval se též teorií čísel, geodézií, metodou nejmenších čtverců, eliptickými funkcemi a je taky autorem objemných učebnic matematiky, které byly určeny pro tyto školy a byly dlouho vzorem pro vš

Gaspard Monge

- první matematik, který byl úzce specializován na část matematiky – v jeho případě geometrie.
- Charakterem své práce spadá do 19. století i když převážně žil v 18. století
- pocházel z prosté rodiny
- při studiu umožnil své nadání → bylo mu umožněno studovat na vojenské škole ještě před

- revolucí.
- Vojenská škola byla rozdělena na studium nižšího a vyššího typu – vyšší pouze pro šlechtické potomky.
- Na nižší dělali sádrové makety pro potřeby studia vyššího typu
- Přišel na metodu, která urychlovala a upřesňovala budování opevňovacích prací v terénu. Metoda, kterou zde začal používat byla jedna z prvních metod deskriptivní geometrie.
- Je považován za zakladatele deskriptivní geometrie
- Do revoluce vše muselo zůstat tajemstvím, nemohl nic publikovat
- První jeho práce vyšly až po VFBR
- Zabýval se i jinými částmi geometrie – jako první začal používat metody infipočtu pro vyšetřování křivek a ploch – což spadá do užívání metod diferenciální geometrie – první poznatky z diferenciální geometrie i když není jejím zakladatelem.
- V některých práce se u něj objevují prvky projektivní geometrie
- Po rozpoutání VFBR se Monge plně postavil na stranu revoluce
- Pracoval v komisi pro reformu měř a vah
- Společně zakládal vysokou školu e. Polytechnique a stal se jejím ředitelem
- Stal se i stoupencem napoleona
- Po pádu napoleona nepřijal novou formu vlády a byl nucen školu opustit
- ZA dva roky na to umírá a studenti e. Polytechnique se nesměli účastnit jeho pohřbu

Victor Poncelet

- MONGEŮV ŽÁK, který je zakladatelem projektivní geometrie. V jeho prvním díle jsou obsaženy první myšlenky projektivní geometrie.
- zúčastnil se napoleonova tažení do Ruska, kde byl zajat a nějaký čas strávil v zajetí

Joseph Fourier

- Fourierovy řady = nekonečné řady
- hodně se zabýval matematickou fyzikou, teorií vedení tepla
- v této teorii je nutné často řešit parciální diferenciální rovnice při zadaných okrajových podmínkách, Fourier začal používat k jejich řešení trigonometrické nekonečné řady. Pro velké příspěvky Fouriera byly nazvány po něm i když již některé poznatky k nim byli již v období života Eulera.

Augustin Cauchy (*1799 - 1857)

- po revoluci, která ve Francii probíhala v roce 1830 – dopadla tak, že jeden král byl nahrazen jiným králem z rodiny Bourbonů → po této revoluci byl nucen opustit Francii – 1848
- Nějakou dobu strávil i v Praze, kde byl zaměstnán jako vychovatel v rodině bohatého vévody
- Velice významné je jeho studium nekonečných řad. Některá kritéria byla po něm nazvána – Cauchyovo kritérium
- Hodně se zabýval funkcemi komplexních proměnných – přispěl k teorii komplexních funkcí velice významně.
- Přispěl k odstranění některých nepřesností při formulaci základních pojmů matematické analýzy – i když se tyto pojmy běžně používaly, tak nebyly přesně formulované.
- K vysvětlení těchto pojmů použil Dalamberův pojem limita, kdy nejdřív dořešil problém nekonečně malou veličinou, kdy nekonečně malá veličina má limitu rovnou nule. Dokázal různé limity. Následně použil pojem limity k zavedení derivace. Zavedl derivaci v podobě, kterou známe a jak jsme se ji učili.
- Z Lagrangeova výkladu použil pouze označení, ale z jeho algebraického pojetí nepoužil nic.

- Rozpracoval základy infipočtu tak, jak se vykládají a vyučují i dnes
- Pak se také zabýval tím, že se snažil vyřešit některé paradoxy, které se nashromáždili už od období antiky. Snažil se je vyjádřit prostředky matematiky své doby

Evariste Galois (1811 – 1832)

- synem starosty menšího města poblíž paříže
- dvakrát se snažil o přijetí na e. Polytechnique a dvakrát byl odmítnut
- zkusil e. Normal a byl přijat
- během revoluce v roce 1830 se přidal na stranu republikánů – revoluce nedopadla podle jeho očekávání
- po ukončení byl zatčen a strávil několik měsíců ve vězení
- po návratu se zúčastnil vyprovokovaného souboje, kterému záhy podlehl integrály al
- Píše se o něm, že v noci před soubojem, kdy tušil, že by mohl zemřít zformuloval své matematické výsledky a poprosil své přátele, aby tyto poznatky předali vysokým matematikům, aby posoudili jeho výsledky
- zabýval se problémem řešitelnosti algebraických rovnic – proč od pátého stupně nejsou vzorce na řešení
- důležité je, že při studiu této problematiky použil teorii grup a proto je považován za zakladatele grup. I když ještě nebyly všechny důležité požadavky vysloveny.
- Jeho dopis byl předán významným matematikům někdy až v roce 1846
- Matematici jeho poznatky přijali a uznali až později, kdy se objevovali tyto poznatky i jinde
- zabýval se mimo jiné integrály fci jedné proměnné.

Niels Henrik Abel (1802 - 1829)

- Norský matematiky
- pocházel z rodiny norského venkovského faráře
- rodina byla velmi chudá a otec brzy zemřel
- rodina potom žila v Oslu a zde začal studovat na gymnáziu – již zde se začal zabývat problémem řešitelnosti algebraických rovnic – nejprve si myslel, že přišel na vzorce řešitelnosti rovnic pátého stupně.
- Na radu jeho učitelů vyzkoušel širší skupinu rovnic, kde vzorce již nevyhovovali.
- Po gymnáziu začal studovat na univerzitě – prý se profesori skládali, aby mohl studovat dál.
- Podařilo se mu dokázat, že algebraické rovnice pátého a vyššího stupně jsou algebraicky neřešitelné pomocí vzorců
- Na základě toho získal stipendium, které mu umožnilo dvouroční pobyt na univerzitách v Evropě – Paříž, Berlín i Praha
- Poslouchal přednášky, dále se v matematice vzdělával, seznamoval se s významnými matematiky a snažil se najít si profesorské místo na nějaké evropské univerzitě.
- Po dvou letech se vrátil do Norska.
- Během studijní cesty se u něj objevilo TBC a po návratu do Norska zemřel.
- Po jeho smrti mu přišla zpráva, že mu bylo zajištěno místo na univerzitě v Berlíně
- Mimo svůj objev se zabýval i jinými částmi matematiky – přispěl ke vzniku teorii grup, dále se zabýval eliptickými funkcemi, integrály algebraických funkcí jedné proměnné, které se po něm někdy nazývají, ale používá se spíše v historii matematiky.
- Jinak Abelova grupa (Abelovská grupa)
- Zakladatel moderní algebry ještě s Galoisem
- Do této doby byla algebra naukou o řešitelnosti rovnic

Německá matematika v 19. století

Karl Gustav Jakob Jacobi

- pocházel z úspěšné rodiny berlínského bankéře – neměl finanční problémy v mládí
- v dospělosti se majetek rodiny rozplynul a on měl i co by profesor univerzity finanční problémy
- stal se profesorem v Královci
- po jisté době se vrátil do Berlína a byl profesorem na univerzitě v Berlíně
- zabýval se determinanty – v té době byly už známy, poprvé se objevily už u Leibnitze, ale později byly rozpracovány.
- Jacobi je rozpracoval do takové podoby, že se začaly šířeji v matematice podobat. Přispěl i v symbolice, kdy začal používat dvojité indexování – dnes běžné
- na jeho počest byl funkcionální determinant pojmenován Jacobián
- přispěl značně v teorii eliptických funkcí a integrálů
- Tuto teorii rozpracoval významněji
- eliptické funkce jsou funkce inverzní k eliptickým integrálům
- eliptické integrály – je zde odmocnina polynomu třetího stupně
- funkce zadaná integrálem a inverzní funkce k ní je eliptická funkce
- k symbolice přispěl také tím, že zavedl označení pro parciální derivace vyšších řádů

Peter Dirichlet

- byl profesorem na univerzitě ve Wroclawi a v roce 1855 nastoupil jako profesor na univerzitu v Göttingenu
- Hlouběji studoval problém Fourierových řad, zabýval se teorií čísel a do variačního počtu zavedl Dirichletův princip – nazvaný po něm – my známe z kombinatoriky
- Dirichletova funkce – fce pro racionální čísla nabývá hodnoty 0 a pro iracionální hodnoty nabývá 1

Bernard Riemann (1826 - 1866)

- Dirichletův nástupce na univerzitě v Göttingenu
- synem faráře Göttingenu
- Gauss ho učil, zemřel poměrně mlád – opět na TBC
- Riemann publikoval malé množství prací, ale s velkým významem. Jeho doktorská dizertace se zabývá teorií komplexních funkcí a docentem se stal na základě uveřejnění dvou prací – Základy matematické analýzy (není název) – přispěl k odstranění dalších nepřesností v definici základních pojmů matematické analýzy
- vymezuje pojem integrál, který není totožný s tím, co se dnes rozumí Riemannovým určitým integrálem
- uvažoval funkce spojité, které neměly derivaci – poprvé se takové objevují u Bolzana (o něm se budeme bavit příště nebo až přes příště). Představa takových funkcí se matematikům té doby nezamlouvala. Platí, že když funkce má v nějakém bodě derivaci, pak je spojitá. Tehdejší matematici považovali za samozřejmost opak.
- Druhá z těch významných prací, kterou se teda ucházel o titul doc. Byla o základech geometrie, kde vlastně vymezuje a klasifikuje takřka všechny známé formy geometrie
- Některé formy geometrie byly v té době známy, ale nebyly matematickou veřejností přijaty
- Riemann přispěl k přijetí těchto forem geometrie
- Dzeta funkce – je velice významná pro studium rozdělení prvočísel v číselné řadě. Riemann vyslovil o této funkci i řadu hypotéz. Některé z těchto hypotéz nebyly **dodnes** dokázány!

Karl Wilhelm Theodor Weierstrass 1815 – 1897

- studoval na univerzitě v Bonnu a po studiích učil na jednom pruském gymnáziu, kde učil kromě matematiky krasopis, botaniku a tělocvik
- potom se stal profesorem na Berlínské univerzitě, kde proslul pečlivě připravenými přednáškami - do přednášek zařazoval i své nové objevy a některé jeho přednášky vydali i studenti
- dá se řadit do Berlínské školy aritmetizace matematiky, kdy se tato Berlínská škola snažila vysvětlit o vysvětlení základních pojmů pomocí čísel (přirozených čísel)
- Weierstrass podal vlastní definici iracionálních čísel – aritmetická definice těchto čísel
- Další matematici podali vlastní definici iracionálních čísel, čímž došlo k dobudování teorie reálných čísel.
- Problém s teorií reálných čísel se táhl už od problému nesouměřitelnosti a teorie reálných čísel byla dobudována až v druhé polovině 19. stol.
- Přispěl k odstranění některých nepřesností v matematické analýze
- vymezil některé pojmy matematické analýzy – epsilon, delta symbolika – stejně tak, jak se používá dnes.
- Stejně jako Riemann podal příklad spojitě funkce na intervalu, která nemá v žádném bodě toho intervalu derivaci

Leopold Kronecker 1823 - 1891

- byl dlouho profesorem na univerzitě v Berlíně
- aritmetizace matematiky je velice silná – celá matematika by měla být založena na číslech a celá matematika
- „Přirozená čísla jsou od boha a ostatní jsou už výtvořem člověka“
- pí zavedl aritmeticky – pouze operacemi s přirozenými čísly
- zabýval se také teorií čísel a byl tvůrcem teorie ideálu

Richard Dedekind 1831 – 1916

- podal vlastní teorii reálných čísel pomocí řezů – po něm tak nazvány

George Cantor 1845 – 1919

- studoval na univerzitě v Berlíně, kde ho učil Weierstrass, Kronecker a další...
- Je volně spjat s Berlínskou školou aritmetiky i když po studiu působil jinde
- tvůrce teorie množin
- první poznatky publikoval v 70. letech
- mohutnost množiny – na porovnávání začal používat prostá zobrazení
- dopracoval se ke kardinálním a ordinálním číslům
- dopracoval se k hypotéze kontinua
- zpočátku to vzbudilo u matematiků odpor – což vedlo k tomu, že se Cantor zhroutil
- po čase se uzdravil a pokračoval dále ve své práci
- na konci 19. století se objevili první paradoxy teorie množin – nejznámější je Russelův paradox (viz algebra 1)
$$M = \{ X, X \notin X \}$$
$$M \in M \rightarrow M \notin M$$
$$M \notin M \rightarrow M \in M$$
- spory ohledně teorie množin pokračovali – až axiomatickým pojetím teorie množin byly tyto paradoxy odstraněny – začátek 20. století
- význam teorie množin se ukázal až v jiných matematických oblastech – pro teorii míry atd.
- Teorie množin není jediná část matematiky, kterou se Cantor zabýval - nekonečné řady, konvergencí nekonečných řad, ale toto je nejznámější

- třetí matematik, který podal vlastní definici iracionálních čísel

**** Konec první otázky k devatenáctému století ke zkoušce ****

Rozvoj geometrie v 19. století

Geometrie se rozdělovala do dvou směrů

1. syntetická metoda při studiu
2. algebraická metoda při studiu

Směr, který užíval algebraickou metodu vedl k:

- algebraické geometrii
- analytické geometrii

Směr užívající syntetickou metodu vedl k

- deskriptivní geometrii
- projektivní geometrii

Ferdinand Moebius

- zabýval se algebraickou geometrií – zavedl homogenní souřadnice
- homogenní souřadnice mají výhodu – mohou vyjádřit i nevlastní body roviny – body v nekonečnu
- rovnice kuželoseček jsou homogenní – stejného stupně
- zakladatel topologie – disciplína na pomezí geometrie – Moebiov list – první příklad neorientované plochy

Julius Plücker

- začal jako Moebius používat homogenní souřadnice
- geometrie by mohla být budována na jiném základním prvku než je bod – od bodu se vše ostatní vyjádří
- chtěl, aby základním prvkem byla například kružnice nebo přímka
- nakonec od této myšlenky upustil

Dále se objevuje neeuklidovská geometrie a 3D geometrie.

Neeuklidovská geometrie

Geometrie užívající první čtyři postuláty = **absolutní geometrie**

Geometrie užívající první čtyři + euklidův postulát = **euklidova geometrie**

Geometrie užívající čtyři i euklidova postulátu = **neeeuklidovská geometrie**

Tento pojem je od Gausse, který ho první definoval. Naše zažitá představa o geometrii je Euklidovská.

Nikolai Ivanovič Lobačevskij

- první práci z neeuklidovské geometrie publikoval kolem roku 1830, nejprve v ruštině, později v němčině
- tato práce nevzbudila nějakou pozornost, spíše odpor a posměch
- dá se říci, že jiné významné výsledky z matematiky nepublikoval